

Asignación de Recursos Alimenticios en Sistemas Pastoriles de Producción de Leche: Análisis e Interpretación del Modelo Agronómico

Gastón Notte, Pablo Chilibroste, Martín Pedemonte y Héctor Cancela

Universidad de la República, Uruguay

notteg@cup.edu.uy, pchili@fagro.edu.uy, {mpedemon, cancela}@fing.edu.uy

<http://www.universidad.edu.uy>

Abstract. La industria láctea cumple un papel significativo en Uruguay, resultando de interés estudiar la producción lechera con enfoques de la Investigación Operativa. En este trabajo se estudia el problema de asignación de recursos alimenticios a un rodeo bovino heterogéneo. Este problema consiste en determinar cómo asignar los recursos disponibles a partir de la agrupación del rodeo y su posterior distribución en el campo (potreros y/o playas de alimentación). Se busca maximizar la producción total de leche considerando el aporte energético de los alimentos y el gasto energético de los traslados. Se formula un modelo de Programación Matemática como método de resolución. Se realiza una evaluación experimental con el objetivo de analizar e interpretar desde un perfil agronómico los resultados obtenidos. Los resultados permiten verificar que la producción del rodeo se ve afectada cuando los recursos son una limitante.

Keywords: Asignación de Recursos; Sistemas Pastoriles; Producción Lechera; Programación Matemática; Programación Lineal Entera Mixta

1 Introducción

La industria ganadera constituye uno de los sectores productivos más importantes del Uruguay. En particular, la agroindustria láctea representa el 9,3% del Valor Bruto de Producción agropecuario, ubicándose en tercer lugar luego de la producción de carne vacuna y arroz [22].

Debido a su importancia y a un proceso de intensificación creciente [1], resulta de interés estudiar la producción láctea con enfoques de la Investigación Operativa (IO) que enriquezcan las técnicas tradicionales propias de la agronomía. En este trabajo se estudia un problema de asignación de recursos alimenticios al ganado (rodeo) lechero.

Los sistemas de producción de leche en Uruguay son definidos como Sistemas de Base Pastoril con Suplementación [13], donde la estructura de oferta de alimento está constituida por elementos variables como el forraje cosechado directamente por las vacas y el forraje conservado, y por recursos que se pueden adquirir en el mercado como los concentrados. La demanda de alimentos queda

definida por la cantidad de animales en ordeño y sus características, destacándose su potencial de producción, y por tanto su potencial de consumo de alimentos. En Uruguay se realizan dos ordeños diarios, lo que implica los respectivos traslados entre los lugares de alimentación y ordeño.

El problema de asignación de recursos al rodeo consiste en determinar cómo asignar los recursos disponibles, distribuidos espacialmente (potreros y playas de alimentación). El objetivo del problema es encontrar la asignación que maximiza la producción de leche a partir de la agrupación del rodeo y su posterior distribución en el campo. Este proceso de asignación se suele realizar en base a la experiencia y a la intuición (e incluso tradiciones), solamente siguiendo algunas reglas de manejo considerando la eco-fisiología animal.

Algunos trabajos previos se han enfocado en la definición de sistemas de valoración de necesidades y de estimación del aporte energético de los alimentos para el ganado vacuno y su posterior impacto en la producción de leche [4,14,19].

Por otra parte, la aplicación de la investigación operativa en la agricultura es muy amplia y variada. En la publicación realizada por Andrés Weintraub y Carlos Romero en el año 2006 [21] pueden encontrarse distintos modelos.

Una de las primeras aplicaciones exitosas de la programación matemática en la agricultura fue realizada por Waugh [20], en la que utilizó modelos de programación lineal para determinar la combinación de menor costo para la elaboración de alimentos para animales, respetando las necesidades nutricionales. Desde ese entonces (principios de la década de 1950), muchos agricultores se han basado en la programación lineal para realizar un diseño óptimo de la dieta del ganado [21].

Posteriormente, a pesar del éxito de los modelos de programación lineal para determinar las dietas óptimas, surgió la necesidad de estudiar cómo la variación de precios de los ingredientes impactan en la elaboración del alimento (o ración) de mezcla (mix) óptimo, y cuál es la cantidad de volumen necesario de cada ingrediente. Para abordar este problema se formularon distintos modelos de múltiple criterio (por ejemplo, Rehman y Romero en 1984 [18], Neal en 1986 [15], Czyzak y Slowinski en 1990 [3], y Zhang y Roush en 2002 [23]).

La producción láctea también es un área donde la aplicación de técnicas de investigación operativa ha sido aprovechada. Particularmente, un análisis de las posibilidades de aumento de la eficiencia y rentabilidad de la producción lechera fue abordado en 1972 por Dean, Carter, Wagstaff, Olayide, Ronning y Bath [4]. En dicho trabajo, funciones de producción y modelos de programación lineal se combinaron para desarrollar un sistema informático capaz de proporcionar programas de alimentación que optimizan la alimentación de ganado lechero.

Otro tipo de problema diferente a los planteados, consiste en estudiar el problema del reemplazo óptimo para las vacas lecheras. Teniendo en cuenta que la producción lechera de las vacas depende de varios factores que varían en el tiempo, este problema consiste en determinar cuál es el momento óptimo para reemplazar un animal manteniendo un cierto nivel de producción total. En el artículo de Kalantari 2010 [7], se resuelve el problema utilizando programación dinámica. En este caso las vacas se describen usando variables de estado que re-

presentan la producción de leche, el estado reproductivo, etapa de lactancia, etc. Posteriormente, y con el objetivo de analizar los resultados obtenidos, se utilizó cadenas de Markov para estimar el rodeo lechero en un determinado período de tiempo a partir de la solución encontrada por la programación dinámica.

A su vez, se han desarrollado trabajos regionales, que utilizan la investigación operativa para abordar problemas del área de producción animal, y que difieren de los presentados anteriormente.

Si bien es posible encontrar distintos modelos capaces de determinar las raciones de costo mínimo para el ganado, es importante diferenciar las formulaciones correspondientes a animales en condiciones de estabulación de aquellos en condiciones de pastoreo. En el trabajo presentado por Fernández y Guaita en el año 2007 [5], se desarrolló un programa de computación interactivo para formular raciones de mínimo costo para vacas lecheras, que contemplan las condiciones mencionadas, por medio de programación lineal. Si bien este trabajo contempla formulaciones para animales en estabulación o pastoreo, no lo hace en forma conjunta. A su vez, este problema está orientado a la generación de dietas de mínimo costo (considerando particularmente una amplia variedad de proteínas), y los animales no son considerados en forma grupal.

Por otro lado, uno de los problemas que enfrentan los productores de ganado bovino consiste en buscar la forma de asegurar un engorde adecuado desde las primeras etapas de crecimiento del animal, aprovechando que la eficiencia de conversión de los animales jóvenes es superior a la presentada por los adultos. En el artículo presentado por García, Rodríguez y Ruiz en 1998 [6], se presenta una metodología, basada en programación lineal, que permite establecer la ración a mínimo costo, así como el nivel de producción de máximo beneficio en el engorde o cebo del bovino de la región pampeana argentina, bajo un sistema productivo básicamente pastoril.

Por último, otro problema muy abordado en el mundo agropecuario consiste en poder predecir la cantidad de forraje que estará a disposición para alimentar al ganado. En el año 2002, López et al. presentaron un artículo [9] en el que se aplicaron técnicas de regresión múltiple (método clásico) y redes neuronales en el marco de la predicción del rendimiento de materia seca de pastizales por medio de variables climáticas.

A partir del relevamiento de la literatura, se observó que los modelos propuestos en su mayoría se corresponden con animales en estabulación o pastoreo, pero que no combinan estas situaciones. También se encontraron problemas que consideran cotas de disponibilidad de alimento para el rodeo, pero no se encontraron trabajos que definan diferencias en el patrón de alimentación para distintos tipos de animales, o que definan soluciones a partir de la conformación de grupos de animales.

Los problemas de asignación relevados en la literatura vinculada a la producción son en general lineales. El problema abordado en este trabajo es lineal mixto ya que presenta componentes discretos (traslados de animales) y continuos (costo del producto).

Las principales contribuciones de este trabajo son el estudio del problema de asignación de recursos alimenticios al rodeo lechero y su modelado y resolución como un problema de optimización combinatoria.

Una primera aproximación para el problema, considerando solamente rodeos homogéneos (animales idénticos) fue presentada en el CLAIO 2012 [16], y una primera aproximación para el análisis de soluciones obtenidas sobre datos reales de un tambo estándar de Uruguay fue presentado en el Congreso AAPA 2012 [17]. En el presente artículo se trabaja con rodeos heterogéneos, representando más fielmente la realidad.

En este trabajo, el problema presentado se formula como un modelo de Programación Matemática. Se realiza un experimento sencillo del modelo con el objetivo de analizar e interpretar, desde un perfil agronómico, los resultados obtenidos. La evaluación experimental realizada permite analizar la solución determinada y hacer una comparación de las mismas.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera. La sección 2 describe el problema a abordar y el modelo de producción de leche utilizado. La sección 3 presenta la formulación del problema estudiado, su modelado como un problema de optimización y el método de resolución utilizado, mientras que los experimentos computacionales y el análisis experimental del modelo agronómico se presenta en la sección 4. Finalmente, la sección 5 ofrece las conclusiones y propuestas de trabajo futuro.

2 Descripción del Problema

Los sistemas de producción de leche en Uruguay son definidos como Sistemas de Base Pastoril con Suplementación [13]. En estos sistemas la estructura de oferta de alimento está constituida por el forraje que es cosechado directamente por las vacas, el forraje conservado y concentrados. La oferta de alimentos es variable, dependiendo directamente de las pasturas y forrajes conservados disponibles en cada momento. Los concentrados, componente restante de la oferta de alimentos, se considera que están siempre disponibles en el mercado, y por lo tanto son los únicos alimentos que serán considerados como un recurso infinito.

Otro componente relevante de los sistemas pastoriles de producción de leche es la estructura de la demanda de alimentos. La demanda de alimentos en un momento dado queda definida por la cantidad de animales en ordeño y sus características, destacándose su potencial de producción de leche (*prodPot*), y por tanto su potencial de consumo de alimentos. Adicionalmente, en Uruguay las vacas son ordeñadas dos veces al día lo que implica el traslado de los animales desde el lugar donde se encuentren al momento de la realización del ordeño hasta la sala de extracción de leche, y el movimiento posterior desde allí hasta su nueva zona de alimentación. Este nuevo destino (o zona del establecimiento) puede ser el mismo potrero pero en un lugar diferente y/o un potrero diferente donde recibirán alguno de los suplementos descritos.

Diariamente quien opera los sistemas lecheros debe tomar decisiones sobre como asignar recursos alimenticios (finitos e infinitos) a una demanda rígida re-

presentada por el rodeo lechero. En otras palabras, los encargados de los sistemas lecheros deben formar grupos de vacas y trasladar cada grupo a una zona del establecimiento para llevar a cabo la alimentación correspondiente. Hasta el momento esta asignación diaria de recursos se realiza en forma intuitiva siguiendo algunas reglas de manejo con base en la eco-fisiología animal y en ciertos casos en base a tradiciones.

El objetivo principal de este trabajo es aplicar un modelo que permita asignar recursos alimenticios sobre una base racional y no intuitiva como se hace en el presente. A partir de las condiciones anteriormente descritas y las ecuaciones de predicción del modelo NRC 2001 [2], es posible formular el problema de asignación de recursos alimenticios como un problema de optimización combinatoria. Las ecuaciones de predicción del modelo NRC 2001 son un modelo determinístico que permite predecir la producción de leche y las necesidades alimenticias de un animal a partir de sus características particulares. Específicamente, se utilizaron las ecuaciones necesarias para estimar la producción de leche a partir de las características del rodeo y el alimento asignado a cada vaca. El modelo que se elabora en este trabajo permite agrupar y trasladar ganado a un conjunto de zonas conocidas del establecimiento (potreros y/o playas de alimentación ubicadas en el establo). A partir de la actividad de cada potrero o del tipo de alimento ofrecido en las playas, y dependiendo de las diferentes condiciones que presenta cada animal para producir leche, se busca una asignación de recursos que maximice la producción de leche total (minimizando los costos asociados).

2.1 Modelo de Producción de Leche

El modelo de producción de leche queda definido por la oferta y demanda de alimentos. Las pasturas se definen como actividades de los potreros, cuyos atributos principales son la distancia a la sala de ordeño y los tipos de pasturas (diferenciados principalmente por la cantidad de forraje disponible (kg MS), su densidad energética (Mcal ENL/kg MS)¹ y costo asociado (U\$)). En este trabajo se aplicó la versión más simple del modelo de producción de leche, en el que la pastura disponible se considera como un recurso finito, pudiendo ser utilizada una única vez, y que “el uso” de la misma como resultado de la propuesta de asignación de recursos seleccionada no tendrá consecuencias para el crecimiento posterior de la misma (lo que sería un costo asociado a la decisión tomada). En cuanto al forraje conservado, existen distintos tipos que se diferencian por su densidad energética, disponibilidad y costos. Los concentrados, al igual que el forraje conservado, se distingue por la densidad energética y costos, pero en este caso no se tendrá en cuenta la cantidad disponible ya que estos pueden conseguirse prácticamente en forma ilimitada en el mercado alimenticio, y por lo tanto este recurso puede considerarse como infinito. La demanda de alimentos queda determinada por la descripción de cada vaca i , siendo $i=1..M$ (con M la cantidad de vacas consideradas). Cada i se corresponde con una identificación asignada arbitrariamente para cada vaca del rodeo. La descripción de cada vaca

¹ Mega calorías de energía neta para lactación por kilogramo de materia seca

queda definido por su peso vivo pv (500 a 600 kilogramos), potencial genético pg (5500 a 9000 litros leche en 305 días), días (dl) o semanas (sl) de lactancia, número de lactancia (nl) y porcentaje de contenido de sólidos en leche (el porcentaje de grasa en la leche, g , y el porcentaje de proteína en la leche, p). En este trabajo se usa el modelo a partir de distintos valores para el peso vivo y el potencial genético, quedando el resto de los parámetros fijos en $dl = 140$ días, $sl = 20$ semanas, $nl = 1..5$ (algún valor entre 1 y 5), $g = 3,6\%$ y $p = 3,1\%$.

La producción de leche (*produccion*) de una vaca i es directamente proporcional a la cantidad de energía que adquiere luego de consumir recursos alimenticios. La cantidad de energía disponible (ed) es calculada como la cantidad de energía adquirida a través de los alimentos (ea) menos los requerimientos energéticos ($reqEn$). La energía adquirida se puede calcular como la cantidad de kilogramos de Materia Seca² (MS) consumidos por el animal (w) multiplicados por el valor energético (cal) que brinda el alimento. Es importante tener en cuenta que se puede calcular, para cada animal, el consumo máximo (o consumo potencial) de alimento en kg de MS por día ($consPot$). La energía que adquiere un animal a partir de los alimentos está limitada. Si una vaca consume más de lo necesario, ese excedente no le brindará más energía y por lo tanto no podrá verse reflejado en una mayor producción de leche. La cantidad de alimento que proporciona la mayor cantidad de energía posible puede ser calculada. Esa cantidad de alimento, o consumo potencial, puede ser utilizado para limitar el consumo real máximo de cada animal. En este trabajo, no se permite una solución en la que una vaca consuma más kg de MS que el $consPot$. El cálculo para dicho consumo se muestra en la Ecuación 1, y se obtuvo del modelo NRC 2001 [2].

$$consPot = (0,372 \times prodPot + 0,0968 \times pv^{0,75}) \times (1 - e^{-0,192 \times (sl+3,67)}) \quad (1)$$

También es importante considerar que cada zona del establecimiento tiene una actividad alimenticia específica, por lo tanto, el valor energético que adquiere cada vaca es obtenido a partir de la actividad existente en la zona en cuestión.

Por otro lado, los requerimientos energéticos ($reqEn$) son la suma del requerimiento basal ($reqB$) y del que corresponde a los traslados ($reqTras$) [2]. El requerimiento basal depende directamente del peso vivo de la vaca pv , y su formulación se muestra en la Ecuación 2. El requerimiento de traslados es el costo energético que provoca trasladarse desde el potrero a la sala de ordeño y desde dicha sala a su próximo destino, su fórmula se presenta en la Ecuación 3. En caso que el animal se encuentre en una playa de alimentación, se considera que el requerimiento de traslado es nulo.

$$reqB = 0,08 \times pv^{0,75} \quad (2)$$

$$reqTras = DistanciaenKm \times NroViajes \times 0,00045 \times pv \quad (3)$$

Los litros de leche producidos se calculan a partir de dividir la energía disponible entre la energía equivalente por litro (ENl) [2], como se muestra en las Ecuaciones 4 y 5.

² La materia seca es la parte que resta de un material tras extraer toda el agua posible.

$$ENl = 0,0929 \times g + 0,0547 \times p + 0.192 \quad (4)$$

$$produccion = \frac{ed}{ENl} \quad (5)$$

Algunas restricciones que no fueron consideradas en la formulación planteada para el modelo de producción de leche son el efecto del consumo de la pastura en su posterior crecimiento (lo que sería un costo asociado a la decisión tomada), y el balance de energía en el cuerpo (se considera balance cero, de lo contrario se debería agregar funciones para la ganancia o pérdida de peso vivo). Estas restricciones pueden tenerse en cuenta en un trabajo futuro.

3 Formulación y Métodos de Resolución

La asignación de recursos puede verse como la agrupación del ganado y su posterior distribución en las zonas del establecimiento. Para conocer esta asignación es necesario conocer la cantidad de leche que se obtiene en cada distribución, calculada como la suma de la producción de leche de cada vaca. A partir de esto el problema queda definido por dos partes, el modelo para la distribución de ganado (o modelo de asignación de recursos), y un modelo de producción de leche definido por las ecuaciones de predicción reportadas en NRC 2001 [2]. A continuación se presenta la formulación que permiten modelar este problema.

3.1 Formulación del problema de asignación de recursos

Se plantea formar grupos de vacas de similares características (mismo consumo potencial, peso similar, etc.), y asignar cada grupo a una zona del establecimiento. Este agrupamiento y posterior traslado debe tener en cuenta que se efectúan dos ordeños diarios, contemplando varios días de ordeño. A partir de lo anterior, es posible derivar la formulación de las Ecuaciones 6a a 6d.

$$max \frac{\sum_o \sum_z \sum_t (w_{ozt} \times cal_z - y_{ozt} \times (reqB_t + reqTras_{zt}))}{ENl} \quad (6a)$$

sa :

$$\sum_z y_{ozt} = M_t \quad \forall o \in O, \forall t \in T \quad (6b)$$

$$\sum_o \sum_t w_{ozt} \leq Alimento_z \quad \forall z \in Z \quad (6c)$$

$$w_{ozt} \leq y_{ozt} \times consPot_t \quad \forall o \in O, \forall z \in Z, \forall t \in T \quad (6d)$$

Las vacas, cuyos tipos están definidos en T , son asignadas a las zonas destinadas para el rodeo (conjunto Z). Cada tipo de vaca del rodeo, perteneciente al

conjunto T , está representada por el índice t , mientras que cada zona perteneciente al conjunto Z queda representada por el índice z . Para considerar dos ordeños diarios durante varios días ($2 \times cantDias$), se agrega el índice o , perteneciente al conjunto O (con $O=1,2,\dots,2 \times cantDias$), que permite identificar cada ordeño.

La variable $y_{ozt} \in \mathbb{N}$ es la cantidad de vacas de tipo t , asignadas a la zona z , en el ordeño o . La variable $w_{ozt} \in \mathbb{R}$ indica el consumo total de MS existente en la zona z , para el tipo de vaca t , en el ordeño o . Se asume que la asignación de recursos alimenticios para las vacas asignadas a una misma zona es uniforme, por lo que alcanza con conocer la MS consumida en toda la zona.

La función objetivo (maximización de producción de leche) se deriva del alimento, y por ende ed en cada zona z . La restricción presentada en la Ecuación 6b se utiliza para satisfacer que en cada ordeño el total de vacas de cada tipo sea igual a M_t (cantidad de vacas de cada tipo), mientras que la restricción de la Ecuación 6c asegura que el consumo de alimentos de cada zona no supere la disponibilidad de dicha zona ($Alimento_z$). La restricción de la Ecuación 6d limita que el consumo real de las vacas no supere al consumo potencial.

3.2 Método de Resolución

La formulación matemática presentada en la sección 3.1 fue programada con el objetivo de realizar ejecuciones y obtener así una solución para cada caso. En este trabajo se usó un método exacto como método de solución.

Para programar el método exacto se utilizó el paquete de programación lineal GLPK (por sus siglas en inglés, GNU Linear Programming Kit) [12]. Este paquete del sistema operativo GNU fue diseñado para resolver problemas de gran escala de programación lineal, problemas de programación lineal entera mixta, entre otros. Para resolver dichos problemas utiliza diversos algoritmos, entre ellos el método simplex [10], métodos de punto interior [11], y ramificación y poda (branch and bound) [8].

4 Experimentos Computacionales

En esta sección se presenta el experimento computacional realizado con el método exacto. El escenario utilizado para realizar dicho experimento se definió a partir de datos de prueba reales.

La plataforma de ejecución es una máquina virtual que corre sobre una PC con un procesador Intel(R) Core(TM) i5-2400 (CPU de 3,10 GHz, con 4 cores y 6 MB de cache) y con 4 GB de memoria RAM. El sistema operativo de la máquina virtual es Windows XP, que utiliza el 50% del procesador de la máquina física y tiene asignada 1,5 GB de su memoria RAM.

Los datos de pruebas reales utilizados para definir la descripción del rodeo y la actividad alimenticia a considerar en cada zona de campo o potrero fueron proporcionados por el Ing. Agr. (PhD) Pablo Chilibroste, experto en el área. Para este trabajo, en el que se busca hacer un análisis de los resultados desde un perfil agronómico, se tuvo en cuenta un único ordeño. Se consideraron tres

tipos de vacas de 600 kg (T1), 550 kg (T2) y 500 kg (T3) de peso vivo y 9000 l, 7000 l y 5500 l de potencial genético respectivamente. Del total de vacas el 50% corresponde al primer tipo, el 30% al segundo y el 20% restante al tercero. Los casos incluyen cinco zonas o actividades, tres de éstas corresponden a actividades ubicadas en potreros. La primera tiene una densidad energética de 1,4 Mcal ENL³/kg MS, se consideran 1100 kg MS disponibles (Z1) y tiene una distancia de 0,5 km con la sala de ordeño. A las dos actividades restantes (Z2 y Z3) se le asignó el mismo valor (1,5 Mcal ENL/kg MS) y la misma disponibilidad de recursos (1800 kg MS), pero la Z2 está a 1,5 km de la sala de ordeño mientras que la Z3 está a 2,5 km. Adicionalmente se seleccionaron dos actividades (Z4 y Z5) que se corresponden con combinaciones de alimentos disponibles (4500 kg MS en cada caso) en la playa de alimentación con densidades energéticas alta (1,65 Mcal ENL/kg MS) y baja (1,44 Mcal ENL/kg MS). En estos casos la distancia con la sala de ordeño se considera 0 km.

4.1 Análisis experimental del método exacto

Este análisis consiste en interpretar qué distribuciones proponen las soluciones, determinadas a través del método exacto, a medida que se aumenta la cantidad de ganado y porqué se eligen dichas distribuciones.

En la Tabla 1 se presenta la distribución del rodeo obtenido para las distintas cantidades de vacas consideradas. Esta tabla muestra para una cierta cantidad de vacas (CantV) y para cada tipo de vaca (T1, T2, T3), la cantidad de vacas distribuidas en cada zona o actividad definida (Z1, Z2, Z3, Z4 y Z5).

CantV	Z1			Z2			Z3			Z4			Z5		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	3	2	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25	15	10	0	0	0
210	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105	63	42	0	0	0
220	0	0	0	5	2	0	0	0	0	105	64	44	0	0	0
230	0	0	0	15	0	1	0	0	0	100	69	45	0	0	0
300	0	0	0	72	4	2	0	0	0	78	86	55	0	0	3
350	0	0	0	76	1	0	42	0	0	57	101	66	0	3	4
560	0	0	0	76	1	0	76	0	0	70	53	104	58	114	8
600	2	3	0	76	1	0	76	1	0	49	68	115	97	107	5
650	44	1	3	77	0	0	77	0	0	20	194	11	107	0	116
700	44	1	3	77	0	0	77	0	0	149	106	0	3	103	137
750	44	1	3	77	0	0	77	0	0	111	162	48	66	62	99
800	44	1	3	77	0	0	77	0	0	153	88	138	49	151	19
900	44	1	3	77	0	0	77	0	0	235	155	72	17	114	105
1000	44	1	3	77	0	0	77	0	0	300	76	197	2	223	0
1200	44	1	3	77	0	0	77	0	0	400	136	237	2	223	0
1500	44	1	3	77	0	0	77	0	0	552	0	260	0	449	37

Tabla 1: Distribución del ganado por cantidad de vacas consideradas

³ Energía neta para lactación

A partir de los valores presentados en la Tabla 1 se puede apreciar que las primeras 210 vacas son enviadas a la zona 4, de 210 a 213 vacas son enviadas a la zona 4 y las 7 siguientes a la zona 2. Luego de aprovechar los recursos de la zona 2, las vacas son enviadas a la zona 3, y finalmente se aprovechan los recursos disponibles en las zonas 5 y 1. Las zonas que se dejan para el final son las que brindan menor densidad energética. Las soluciones se construyen siguiendo una clara estrategia, distribuir la mayor cantidad de vacas a las zonas que brindan mayor densidad energética, buscando que cada vaca consuma tanto como su consumo potencial. También se puede observar que ante dos zonas con la misma densidad energética (Z2 y Z3), el método opta en primera instancia por aquella que se encuentra más cerca de la sala de ordeño, buscando minimizar el traslado.

Por otra parte, la Tabla 2 muestra para una cierta cantidad de vacas (CantV) la producción de leche total (PLT (l)), el valor promedio de la producción individual de cada vaca (PI(l)), el valor promedio de la producción total de cada tipo de vaca (PIT1 (l), PIT2 (l), PIT3 (l)), y el promedio de recursos asignado a cada vaca en cada zona (RZ (kg MS)). Se considera que la cantidad de recursos máxima posible por vaca es 23,383 kg MS, valor correspondiente al consumo potencial de las vacas de tipo 1 (T1).

CantV	PLT (l)	PI (l)	PTT1 (l)	PTT2 (l)	PTT3 (l)	RZ1	RZ2	RZ3	RZ4	RZ5
10	368,64	36,87	207,50	103,32	57,82	0,00	0,00	0,00	23,38	0,00
50	1843,18	36,87	1037,48	516,60	289,09	0,00	0,00	0,00	23,38	0,00
210	7741,33	36,87	4357,41	2169,72	1214,18	0,00	0,00	0,00	21,43	0,00
220	8068,18	36,68	4533,91	2262,29	1272,00	0,00	23,38	0,00	21,13	0,00
230	8380,63	36,44	4679,15	2376,38	1325,11	0,00	23,38	0,00	21,03	0,00
300	10565,79	35,22	5778,25	3078,06	1709,46	0,00	23,08	0,00	20,55	23,38
350	12093,22	34,56	6497,80	3592,69	2002,74	0,00	23,38	23,38	20,09	23,38
560	18496,19	33,03	10208,73	5091,46	3195,99	0,00	23,38	23,38	19,82	23,38
600	19707,24	32,85	10746,00	5518,30	3442,96	23,38	23,38	23,38	19,40	21,53
650	21038,05	32,37	11197,46	6708,28	3132,31	22,92	23,38	23,38	20,00	20,18
700	20372,34	29,11	10458,43	6602,25	3311,65	22,92	23,38	23,38	17,65	18,52
750	19706,62	26,28	8540,58	7366,71	3799,33	22,92	23,38	23,38	14,02	19,82
800	19040,90	23,81	7189,07	7345,31	4506,52	22,92	23,38	23,38	11,87	20,55
900	17709,47	19,68	4472,04	8602,19	4635,25	22,92	23,38	23,38	9,74	19,07
1000	16378,04	16,38	2670,18	7945,67	5762,18	22,92	23,38	23,38	7,85	20,00
1200	13715,18	11,43	1276,72	5519,92	6918,54	22,92	23,38	23,38	5,82	20,00
1500	9720,89	6,49	-880,54	2149,91	8451,50	22,92	23,38	23,38	5,54	9,26

Tabla 2: Producción de leche y asignación de recursos para las distribuciones presentadas en la Tabla 1

A su vez, a partir de la información presentada en la Tabla 2 resulta interesante analizar el comportamiento de la producción total y cómo disminuye la producción individual promedio una vez que los recursos no son suficientes para que el consumo real de cada vaca sea igual a su consumo potencial. A partir de las 300 vacas, cuando comienza a utilizarse recursos de la zona Z5, la producción individual promedio comienza a disminuir notoriamente, pero la producción to-

tal se mantiene en ascenso hasta que se trabaja con 650 vacas. Luego de superar las 650 vacas los recursos están muy por debajo del consumo potencial, y la producción total disminuye.

Se analiza la información mencionada a través de tres gráficas. Las gráficas que se presentan en la Fig. 1 muestran la producción total y producción individual promedio por cantidad de vacas. Las gráficas que se presentan en la Fig. 2 muestran la producción total por tipo de vaca, mientras que la gráficas en la Fig. 3 muestran para cada zona de campo, la cantidad de recursos promedio asignados para cada vaca a medida que aumenta el tamaño del rodeo.

En la Fig. 1, en la producción total (línea entera) puede observarse claramente lo que se mencionó anteriormente, a partir de 650 vacas la producción de leche deja de aumentar y comienza a disminuir repentinamente. Esto ocurre debido a que los recursos dejan de cubrir el consumo potencial total de las vacas, siendo el consumo real total menor al consumo potencial total.

Por otra parte, la producción individual (línea punteada) tiene 3 regiones bien diferenciadas. La primera región cuando el rodeo cuenta con hasta 210 vacas, donde el rodeo adquiere la mayor densidad energética promedio posible. Si se analiza la Tabla 1 se observa que hasta ese entonces todos los animales son enviados a la zona 4. Como la zona 4 es la que brinda mayor densidad energética y al principio todas las vacas consumen tanto como su consumo potencial, la producción individual promedio nunca superará el nivel de la primera región.

Al aumentar la cantidad de vacas el método distribuye vacas en otra zona y eso provoca que la energía promedio adquirida en todo el rodeo disminuya, lo que constituye la segunda región. Pese al descenso en la producción individual promedio, hasta ese momento la producción total se mantiene en ascenso. La tercera región ocurre cuando el rodeo cuenta con más de 650 vacas, y se puede observar una disminución importante de la producción, lo que es coherente con lo mencionado para la producción total.

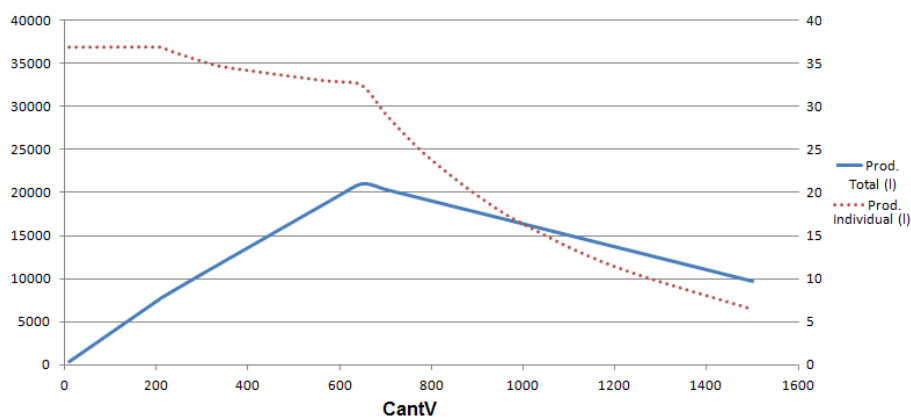


Fig. 1: Producción total e individual promedio de leche por cantidad de vacas (Valores obtenidos de la Tabla 2)

En la Fig. 2 puede apreciarse que las líneas correspondientes a las producciones totales de los tipos 1 y 2 cumplen un patrón similar que la gráfica de producción total presentada en la Fig. 1, pero se observa la particularidad que la producción total del tipo de vaca 3 se mantiene siempre en aumento. Este tipo de vacas son las que requieren menos recursos (menor consumo potencial), pero también las que producen menos leche.

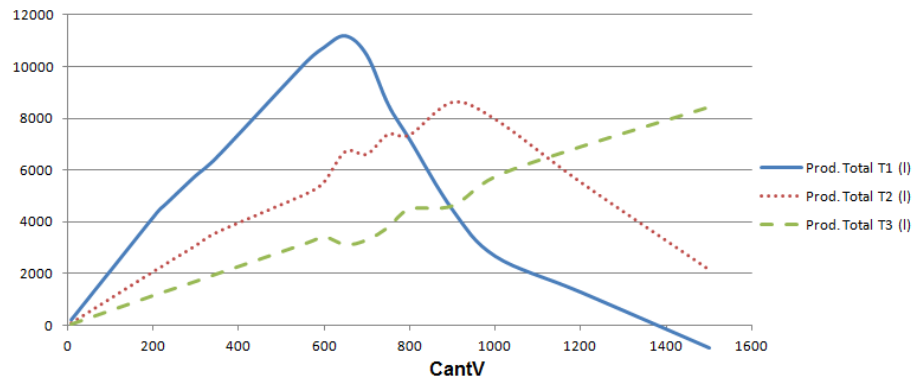


Fig. 2: Producción total de leche por tipo de vaca (Valores obtenidos de la Tabla 2)

Finalmente, en la Fig. 3 se puede observar que la asignación de recursos de las actividades en los potreros (Z1, Z2 y Z3) se mantiene siempre muy cercano al consumo potencial de las vacas, mientras que la asignación de los recursos de las playas de alimentación (Z4 y Z5) disminuye a medida que aumenta el tamaño del rodeo.

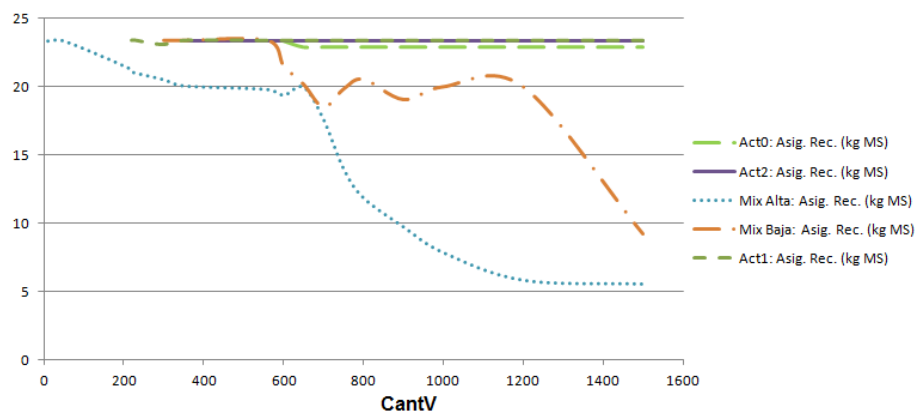


Fig. 3: Recursos promedio asignados a cada vaca en cada zona (Valores obtenidos de la Tabla 2)

Particularmente la mayor distribución de recursos se observa en la zona Z4, la que brinda mayor densidad energética. El método opta por mantener elevada la asignación de las actividades en los potreros debido al impacto negativo que tendría la producción en caso de combinarse los requerimientos de traslados y una baja asignación de recursos. Por otra parte, el método determina superpoblar las zonas Z4 (a partir de 650 vacas) y Z5 (a partir de 1200 vacas) ya que en las mismas no se aplica la restricción de traslados.

5 Conclusiones y Trabajo Futuro

La principal contribución de este trabajo es un avance en el desarrollo de herramientas para ayudar a los tomadores de decisiones a mejorar la eficiencia operativa en los sistemas pastoriles de producción de leche. Se estudió el problema planteado y se formuló como un problema de optimización combinatoria. Se buscó resolver el problema utilizando un método exacto.

En cuanto al análisis de interpretación de los resultados respecto al estudio con datos reales sobre el sistema productivo, resultó interesante estudiar la estrategia a partir de la cual se construyen las soluciones. Dicha estrategia consiste en distribuir la mayor cantidad de vacas posible a las zonas que brindan mayor densidad energética. Si bien la estrategia de asignación de recursos (a partir del agrupamiento de vacas y su posterior distribución en las distintas zonas de campo) parece razonable, los resultados de distribución no son necesariamente intuitivos. Los resultados obtenidos sugieren alimentar al ganado con suficientes recursos para que cada vaca consuma tanto como su consumo potencial, de lo contrario lo que se deja de ganar en producción de leche representan cifras importantes. En los casos que los recursos alimenticios disponibles totales no igualan la suma de los consumos potenciales de todas las vacas, es necesario repartir dichos recursos entre todo el rodeo, y esto provoca disminución en la producción total. De lo anterior se desprende que si el consumo potencial de todas las vacas es mayor a la cantidad de recursos disponibles y no es posible adquirir más recursos alimenticios, es conveniente vender vacas para que las restantes consuman tanto como su consumo potencial. A su vez, es importante mencionar que el modelo solamente considera relevante el factor distancia a la zona de campo cuando se debe decidir entre actividades alimenticias que brindan la misma densidad energética. En otras palabras, el costo correspondiente a los requerimientos de traslado no tiene mayor influencia sobre las decisiones tomadas. Estas conclusiones son válidas únicamente para los casos específicos estudiados. Las mismas pueden cambiar para otras instancias de datos.

Algunas líneas de trabajo futuro incluyen la extensión del modelo lechero presentado, para representar una gama más amplia de sistemas. Es interesante considerar los siguientes factores en el modelo lechero: el efecto del uso de las pasturas sobre el crecimiento posterior de las mismas, la incidencia de los factores climáticos en los recursos disponibles, la influencia del consumo real en el balance de energía del cuerpo animal (se debería considerar ganancia o pérdida de peso

vivo) y en la función de producción de leche (con mayor nivel de detalle que el utilizado), la incidencia de distintos tipos de caminería, entre otros.

Desde el punto de vista de la aplicación, es interesante comparar las soluciones encontradas por este modelo y las soluciones aplicadas en la práctica actual.

Finalmente, otro aspecto que se pretende abordar en un futuro es la incorporación de un modelo “intermedio”. Este modelo conformaría grupos de animales de modo que cada grupo se mantenga en el tiempo para una cierta cantidad de ordeños. Este modelo facilitaría el trabajo de la persona encargada del rodeo, ya que se evitaría el armado de nuevos grupos de vacas para cada ordeño.

Agradecimientos

A los revisores anónimos, que con sus comentarios ayudaron a mejorar este trabajo.

Referencias

1. P. Chilibroste. IFCN Dairy Report 2011, International Farm Comparison Network. *IFCN Dairy Research Center, Kiel*, 1:210, 2011.
2. H. Correa. El modelo NRC-2001. Technical report, Nutrición Animal, Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad Nacional de Colombia, Colombia, 2001.
3. P. Czyzak and R. Slowinski. Solving the multiobjective diet optimization problems under uncertainty. *International Conference of Multiple Criteria Decision Support*. Springer Verlag, Berlin, pages 272–281, 1990.
4. G. Dean, H. Carter, H. Wagstaff, S. Olayide, M. Ronning, and D. Bath. Production Functions and Linear Programming Models for Dairy Cattle Feeding. *Giannini Foundation of Agricultural Economics, University of California*, 31:1–54, Diciembre 1972. [Online]. <http://giannini.ucop.edu/Monographs/31-DairyCattleFeedingModels.pdf>.
5. H. Fernández and M. Guaita. Un programa para formular raciones de mínimo costo en vacas lecheras. Abstract, Asociación Argentina de Producción Animal, Argentina, 2007.
6. A. García, J. Rodríguez, and D. Ruiz. Optimización del Engorde de Bovinos en Pastoreo en la Pampa Argentina Mediante Programación Lineal. *Investigación agraria. Producción y sanidad animales*, 13(1-3):99–118, 1998. [Online]. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=112341>.
7. A. Kalantari, H. Mehrabani-Yeganeh, M. Moradi, A. Sanders, and A. De Vries. Determining the optimum replacement policy for Holstein dairy herds in Iran. *Journal Dairy Science*, 93(5):2262–2270, Mayo 2010. [Online]. <http://www.journalofdairyscience.org/article/S0022-0302>
8. E. Lawler and D. Wood. Branch-And-Bound Methods: A Survey. *Operations Research*, 14(4):699–719, July/August 1966.
9. M. López, A. Arias, G. Pace, A. Cobo, and M. Goldfarb. Software de Predicción de la Producción Forrajera. *Revista Argentina de Producción Animal*, 22(1):309–310, 2002.
10. D. Luenberger. *Programación Lineal y No Lineal*. Addison-Wesley. 2da Edición, 1989.

11. J. Lustig, R. Marsten, and D. Shanno. Interior point methods for linear programming. *Informs Journal on Computing*, 6(1):1–14, 1994.
12. A. Makhorin. GLPK (GNU Linear Programming Kit).
13. D. Mattiauda, P. Chilibroste, O. Bentancur, and P. Soca. Intensidad de pastoreo y utilización de pasturas perennes en sistemas de producción de leche: ¿que niveles de producción permite y que problemas contribuye a solucionar? Technical report, 2009. XXXVII Jornadas Uruguayas de Buiatría, Paysandú.
14. P. Moe and H. Tyrrell. Net energy value of feeds for lactation. *Journal of Dairy Science*, 55(7):945–958, 1972.
15. H. Neal, J. France, and T. Treacher. A model to maximize hay intake when formulating rations for pregnant ewes. *Animal Production*, 42(1):97–104, 1986.
16. G. Notte, M. Pedemonte, H. Cancela, and P. Chilibroste. Algoritmos evolutivos aplicados a sistemas pastoriles de producción de leche. Full article - Oral presentation, Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa, 2012.
17. G. Notte, M. Pedemonte, H. Cancela, and P. Chilibroste. Algoritmos evolutivos aplicados a sistemas pastoriles de producción de leche. Abstract, 35° Congreso Argentino de Producción Animal, 2012.
18. T. Rehman and C Romero. Multiple-criteria decision-making techniques and their role in livestock ration formulation. *Agricultural Systems*, 15(1):23–49, 1984.
19. Subcommittee on Dairy Cattle Nutrition, Committee on Animal Nutrition. The Nutrient Requirement of Dairy Cattle, Seventh Edition. National Academy Press, Washington, D.C., 2001.
20. F. Waugh. The Minimum-Cost Dairy Feed. *Journal of Farm Economics*, 33(3):299–310, Agosto 1951.
21. A. Weintraub and C. Romero. Operations Research Models and the Management of Agricultural and Forestry Resources: A Review and Comparison. *Interfaces*, 36(5):446–457, 2006.
22. D. Yavuz, M. Pacheco, and M. Silva. Poder de mercado en la industria láctea uruguaya. Tesis de Licenciatura en Economía, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2010.
23. F. Zhang and W. Roush. Multiple-Objective (Goal) Programming Model for Feed Formulation: An Example for Reducing Nutrient Variation. *Poultry Science*, 81(2):182–192, Febrero 2002.