

## Un Modelo Multi-Meta, Multi-Producto, Multi-Planta y Multi-Período de Planificación Forestal Bajo Riesgo: Avance de Diseño

Diego Broz<sup>1</sup>, Guillermo Durand<sup>2</sup>, Fernando Tohmé<sup>3</sup>, Mariano Frutos<sup>4</sup>, Daniel Rossit<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería – IIESS – Universidad Nacional del Sur. Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina. Facultad de Ciencias Forestales – Universidad Nacional de Misiones. Bertoni 124, Eldorado, Misiones, Argentina.

diego.broz@uns.edu.ar

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería Química – PLAPIQUI – Universidad Nacional del Sur. Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina. gdurand@plapiqui.edu.ar

<sup>3</sup> Departamento de Economía – IIESS – Universidad Nacional del Sur. Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina. ftohme@criba.edu.ar

<sup>4</sup> Departamento de Ingeniería – IIESS – Universidad Nacional del Sur. Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina.

{mfrutos,daniel.rossit}@uns.edu.ar

**Resumen.** A partir de un patrimonio forestal de 50 unidades de manejo se plantea una metodología de gestión de bosque en base a multiple objetivos. Se presenta un modelo de planificación forestal basado en programación por metas estocástica (PPME). Las técnicas clásicas plantean una tasa de descuento del Valor Actual Neto (VAN) constante en la vida del proyecto. Se incorpora aleatoriedad en la tasa de descuento del VAN en función a Índice de Precios al Consumidor (IPC) histórico para Argentina. La optimización estocástica permite resultados mas robustos para la toma de desiciones en el sector ya que supone una familia de escenarios futuros.

**Palabras Claves:** programación por metas, gestión forestal, cosecha forestal.

**Abstract.** For a forest estate of 50 management units, we propose a methodology of forest managing based on multiple objectives. A forest planning model based on stochastic programming goals (SPG) is presented. Classical techniques proposed a constant discount rate of Net Present Value (NPV) in the life of the project. Randomness is incorporated in the discount rate in the NPV function to Consumer Price Index (CPI) from historical series from Argentina. The stochastic optimization allows more solid results for decision making in forest sector because the future is presented as a family of scenarios.

**Keywords:** goal programming, forest management, timber harvesting.

## 1 Introducción

El carácter multidimensional en gestión de los bosques exige de herramientas robustas a la hora de tomar decisiones. El abordaje matemático permite formalizar relaciones que rigen la dinámica del crecimiento forestal y el resultado de las actividades silviculturales del proceso productivo. Artículos como [1] y [2] recomiendan el uso de modelos matemáticos como programación lineal, no lineal, entera y mixta-entera como herramientas de apoyo en la gestión del recurso forestal.

Los bosques constituyen un sistema complejo, lo que requiere abordar varios objetivos en el momento de ordenarlo [3]. La optimización monobjetivo pone varias metas de la organización como restricciones planteando modelos muy rígidos con objetivos parcialmente satisfechos [1]. La Programación por Metas (PPM) es ampliamente utilizada para la gestión forestal [4, 5, 6]. Los avances en software y hardware han permitido que las diferencias en la performance con otras técnicas (como la Programación Multiobjetivo o la Programación por Compromiso) sean despreciables para modelos de tamaño moderado. Sin embargo, cuando el modelo crece demasiado en término de variables, restricciones y criterios, PPM presenta mejor desempeño.

PPM utiliza la lógica satisfaciente de Simonian [7]. En los trabajos [8] y [9] se dieron los primeros pasos en el modelado con PPM. En el ámbito agrícola-forestal los pioneros en la aplicación de esta herramienta fueron los trabajos [10], [11], [4], [12], entre otros. Trabajos más recientes que abordan esta metodología son [13], [14], [15], [6].

Un de los objetivos clásicos en el manejo forestal es maximizar la renta del bosque. Este es medido por el Valor Actual Neto (VAN) el cual es función del flujo de fondos y de una tasa de descuento. Esta última es obtenida en forma ad-hoc en la mayoría de los casos y permanece constante en la vida del proyecto [16, 17, 18]. No incorpora información exógena como inflación y precios históricos, a diferencia de las aproximaciones planteadas en [17] y [18] mediante el uso de opciones reales.

Trabajos como [2] y [3] postulan el uso de tasa de descuento conocida (y constante) durante la vida del proyecto. En un modelo de planificación de largo plazo esto conlleva supuestos muy fuertes que podrían llevar a decisiones erróneas [17, 18]. La optimización estocástica podría proveer una herramienta más robusta a la hora de tomar decisiones que impliquen varios períodos al resolver problemas de programación matemática en los que algunos parámetros de los que sólo se conoce su distribución probabilística asociada. En efecto, frente a valores de parámetros que permanecen fijos en el tiempo, métodos que aceptan su aleatoriedad proveen un grado más alto de flexibilidad y realismo.

Los primeros avances en el área fueron presentados en [19] y [20] y posteriormente en [21] se hizo una aplicación en problemas de selección de carteras de inversión. Los tipos de modelos que aparecen en programación estocástica son motivados principalmente por problemas con decisiones de tipo “Aquí y Ahora” (*here and now*) [19]. Esto implica tomar decisiones previas antes de conocer el futuro. También aparecieron las técnicas de descomposición desarrolladas en [22] y [23] como extensión de la programación lineal para problemas de grandes dimensiones.

Para el sector forestal [24] plantea el uso de técnicas estocásticas para el manejo bajo riesgo ya que otras técnicas de predicción carecen de robustez debido a la longitud del horizonte. En [17] y [18] se realizan proyecciones de precios de productos forestales basados en procesos estocásticos del tipo Geométrico Browniano. Estos y otros trabajos han aplicado técnicas estocásticas pero no integradas a modelos holísticos de planeamiento forestal.

En este trabajo se presentan resultados preliminares de un modelo de planificación forestal basado en programación por metas estocástica atendiendo múltiples productos y múltiples destinos. Se estableció un escenario forestal hipotético de *Pinus taeda* L. en base al uso del simulador forestal SisPinus para la Provincia de Misiones, Argentina. En base a los parámetros generados se aplicó el modelo propuesto con el objeto de determinar la mejor estrategia de cosecha atendiendo las metas y restricciones planteadas. A diferencia de los trabajos enumerados en la bibliografía, el modelo propuesto es multi-producto e incorpora una tasa de descuento del VAN ajustada a una distribución de probabilidades.

## 2 Materiales y Métodos

Se simularon distintas condiciones de crecimiento de *Pinus taeda* L. dado que es una de las especies forestales implantadas más importantes de la Argentina junto con el género *Eucalyptus*. Se utilizó SisPinus versión 2009 (EMBRAPA-FLORESTAS) como simulador de crecimiento y producción forestal [25]. El patrimonio consta de 50 unidades de manejo (ó rodales) de entre 11 a 53 ha, con unos índices de sitio que rondan entre 19 y 23 metros. Las edades iniciales oscilan entre los 12 a 19 años. El horizonte de planificación (HP) es de 10 años.

Se obtuvieron cuatro sub-productos del fuste en función del diámetro de punta fina (DPF) y su valor comercial. El primer producto es laminable ( $DPF \geq 30$  cm) seguido por aserrable grueso ( $DPF \geq 25$  cm), aserrable fino ( $DPF \geq 18$  cm) y finalmente pulpable ( $DPF < 18$  cm). Como destino de la producción se establecieron cuatro industrias que consumen los productos mencionados. La laminadora consume producto laminable, el aserradero consume producto aserrable fino y grueso y finalmente las planta de MDF (Medium Density Fibreboard) y de celulosa consumen producto pulpable. Las distancias entre los rodales y las fábricas oscilan entre 18 a 80 km.

La PPM como herramienta de modelado permite abarcar varias metas. En la ecuación 1 se puede ver el modelo Programación por Metas Extendida (PPME) (Romero, 2001), que integra PPM MiniMax (o de Chebyshev) y PPM ponderada.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } (1-\lambda)D + \lambda \left[ \sum_{i=1}^q W_i \left( \frac{n_i + p_i}{f_i^* - f_i^*} \right) \right] \\
 & \text{st} \\
 & W_i \left( \frac{n_i + p_i}{f_i^* - f_i^*} \right) \leq D \quad \forall i \\
 & f_i(x) + n_i - p_i = t_i \quad \forall i \\
 & n \geq 0 \\
 & p \geq 0 \\
 & 0 \leq \lambda \leq 1 \\
 & x \in F
 \end{aligned} \tag{1}$$

Donde:

$i$ : criterio  $i = 1, \dots, q$ .

$W_i$  es el peso o ponderación de cada criterio.

$n_i, p_i$ : son desvíos negativos y positivos del  $i$ -ésimo atributo. Cuando el atributo es “Más es Mejor” la variable de desviación a minimizar es  $n_i$ ; cuando el atributo es “Menos es Mejor” la variable de desviación a minimizar es  $p_i$ .

$f_i^*$ : valor ideal de criterio  $i$ -ésimo atributo.

$f_{i*}$ : valor anti-ideal del  $i$ -ésimo atributo.

$t_i$ : nivel de aspiración del  $i$ -ésimo atributo. Una aplicación práctica es  $t_i = f_i^*$ .

$f_i(x)$ : expresión matemática del atributo  $i$ -ésimo.

$\lambda$ : peso que se le da a cada criterio.

En el caso que  $\lambda = 0$  estamos en frente de un modelo PPM MiniMax o de Chebyshev. Este presenta el mejor balance entre el logro de los diferentes objetivos, pero puede proporcionar resultados con un logro agregado muy pobre. Si  $\lambda = 1$  estamos en frente a caso de PPM ponderada, la que ofrece logros más eficientes pero a la vez puede producir resultados muy sesgados en contra de una de las metas consideradas. Para el caso donde  $0 < \lambda < 1$  obtenemos resultados con propiedades intermedias a los métodos puros mencionados. Es en este punto donde el decisor debe buscar el valor que arroje mejores resultados según su criterio.

Los modelos de optimización incorporan parámetros conocidos y desconocidos. Esto conlleva a utilizar un valor medio para los últimos o al menos una aproximación al mismo. En base a la información disponible de un sistema o proceso, podemos clasificar las situaciones en ciertas, riesgosas o inciertas. Se dice que la situación es de certidumbre cuando todos los parámetros son conocidos; de riesgo cuando los parámetros son desconocidos su distribución probabilística es conocida; y de incertidumbre cuando los parámetros son desconocidos y no se conoce tampoco su probabilidad de ocurrencia [26]. En la primera situación el problema de optimización se resuelve mediante técnicas determinísticas clásicas, mientras que en el caso de riesgo optimización estocástica<sup>1</sup> y la tercera el uso de optimización robusta.

<sup>1</sup> En este trabajo utilizaremos este enfoque, dado que suponemos distribuciones de probabilidad conocidas.

La Optimización Estocástica (OE) es una metodología que busca encontrar decisiones óptimas en problemas que involucran riesgo en la función objetivo y/o en las restricciones [26]. El riesgo, como se dijo, está caracterizado por una distribución conocida de probabilidad en los parámetros. Cuando algunos datos son aleatorios tanto las soluciones como el valor de la función objetivo son también aleatorios o estocásticos.

La resolución de los problemas estocásticos se puede plantear mediante dos enfoques: “Esperar y Ver” y “Aquí y Ahora”. En ambos se conoce la probabilidad de ocurrencia de los parámetros aleatorios y por lo tanto del contexto asociado, pero en el primero se espera a la realización de uno de esos escenarios antes de tomar la decisión. Como consecuencia se busca el óptimo del problema con los parámetros ya definidos, lo que permite la aplicación de las técnicas tradicionales para situaciones de certidumbre. Esta técnica fue descrita en [28] y [29]. En el caso del enfoque “Aquí y Ahora”, la decisión se toma antes de que se resuelva la incertidumbre y por lo tanto antes de conocer el valor que adoptarán los parámetros. En [30] se enumeran cuatro vías para su resolución: 1) mediante teoría de juegos, 2) obteniendo soluciones eficientes, 3) penalizando la violación de restricciones e 4) imponiendo restricciones probabilísticas.

Una de las características de los modelos de OE “Aquí y Ahora” es su planteamiento en dos o más etapas. Las variables de la etapa 1 son aquellas cuyo valor debe decidirse antes de que se conozca el valor de los parámetros inciertos. Generalmente, para el tipo de problemas como el de este trabajo, dichas variables refieren a la representación del problema y suelen ser binarias. En la etapa 2 se encuentran las soluciones para las distintas realizaciones de la incertidumbre. Si esa realización no se da simultáneamente se agregan etapas, una para cada fase de realización de los parámetros estocásticos. En problemas como el de este trabajo estas variables se refieren a la asignación de recursos.

En la Figura 1 se ejemplifica el funcionamiento en dos etapas. El tomador de decisiones elige en la primer etapa, después del cual un evento aleatorio ocurre afectando la salida de las decisiones de aquella etapa.

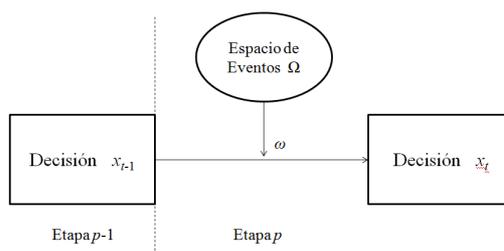


Fig. 1. Representación de un proceso de toma de decisión en dos etapas.

En la etapa 1 se toma una decisión  $x_0$  en base a toda la información disponible hasta el momento. Al inicio de la etapa 1 la “naturaleza” toma un conjunto de decisiones aleatorias  $\omega$  dando lugar a la realización de todos los sucesos aleatorios. Al final de la etapa 1, después de conocer los estados de la naturaleza, se toma la

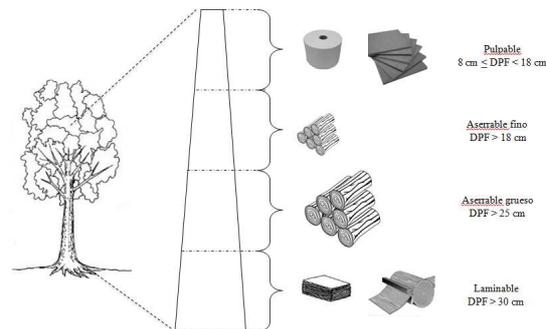
decisión de recurso  $x_1(\omega_1)$ . El proceso se debe repetir tantas veces como etapas tenga el modelo. La decisión tomada en la etapa 1  $\Theta$  es denominada decisión inicial y las decisiones en las etapas sucesivas se denominan decisiones de recurso, las que proveen soluciones globales mejoradas mediante posibles reajustes de las decisiones iniciales.

Entre las técnicas que permiten resolver estos problemas de forma más eficiente se encuentran la Descomposición de Dantzig-Wolfe y la Descomposición de Benders, genéricamente denominadas técnicas de descomposición [31, 32]. En [32] se señala que el método más utilizado en la actualidad es la Descomposición de Benders.

Para la resolución de nuestro problema se utilizó el software GAMS® (*General Algebraic Modeling System*). Una de las virtudes de esta plataforma es la posibilidad de trabajar con distintos *solvers* en función al tipo del problema modelado. Para la resolución de un modelo lineal estocástico, como es el caso del modelo de Programación por Metas Estocástico (PPME) se utiliza el *solver* GAMS/Lindo [33].

Una estrategia de modelado relativamente nueva en GAMS implica el uso de la Programación Matemática Extendida o *Extended Mathematical Programming* (EMP) [34, 35, 36]. EMP no es un *solver* sino un marco experimental para la aplicación automática de reformulaciones matemáticas de modelos ya conocidas [36]. Dos de las técnicas incluidas en EMP son la formulación multietapa de problemas estocásticos y la Descomposición de Benders de la misma. El usuario puede construir un modelo estocástico basado en un modelo determinista indicando cuáles parámetros son inciertos. GAMS EMP reemplaza los parámetros determinísticos por un conjunto de posibles escenarios definidos mediante una distribución de probabilidades elegida por el usuario.

Uno de los aspectos más destacables del modelo desarrollado en este trabajo respecto a [13, 14, 15] es que se trabaja con volúmenes parciales del fuste o subproducto, como se detalla en la Figura 2. Esto permite incorporar objetivos muy importantes para la planificación como el balanceo del transporte interanual. Además el hacer estocástica a la tasa de descuento permite plantear el problema con mayor realismo. En [17] y [18] se muestra que la no adopción de estos supuestos constituye una falencia de los modelos tradicionales de valuación forestal.



**Fig. 2.** Esquematización de los subproductos de un fuste.

Se propone entonces ajustar la tasa de descuento del VAN a una distribución de probabilidades. En función de la Tasa de Inflación o de variación del Índice de Precios al Consumidor (IPC) 1943-2012 [37] se determina la tasa ajustada por riesgo mediante la metodología propuesta por [17] y [18] en base a la Teoría Moderna de la Cartera de Markowitz. Para esto se plantean las ecuaciones 6 y 7.

$$\sigma = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n q_k^2 \sigma_k^2 + q_{k'}^2 \sigma_{k'}^2 + 2(q_k q_{k'}) \rho_{kk'} \sigma_k \sigma_{k'} \quad (6)$$

$$r_y = rm_y \times (1 + \sigma \sqrt{\Delta t}) \quad (7)$$

Donde  $\sigma$  es el riesgo del precio de la cartera de productos;  $q_k$  y  $q_{k'}$  representan las participaciones de cada subproducto;  $\sigma_k^2$  y  $\sigma_{k'}^2$  representan las varianzas de los precios de los subproductos;  $\sigma_k$  y  $\sigma_{k'}$  los desvíos de los precios y  $\rho_{kk'}$  el coeficiente de correlación de precios. La tasa de riesgo  $r_y$  para cada año es función del riesgo de mercado, dado por la variación del IPC, el riesgo del precio de la cartera de productos y de  $\Delta t$ , la longitud de cada paso.

Para realizar el ajuste de la serie se utilizó EasyFit 5.5<sup>®</sup>. Se eliminaron los valores atípicos o outliers debido a que los ajustes no eran satisfactorios. Dado que las distribuciones obtenidas no estaban incorporadas dentro de la biblioteca de distribuciones de GAMS/Lindo se trabajó con una distribución empírica. El conjunto de todas las realizaciones de  $r$  se representa en la expresión 8 donde el número de clases  $n$  es determinada por medio de la Regla de Sturges.

$$\Omega = \{r_1, r_2, \dots, r_n\} \quad (8)$$

Considerando  $r$  con distribución discreta, debemos tener en cuenta que:

$$p(r = r_l) \in [0, 1] \quad \forall l = 1, \dots, n \quad (9)$$

y

$$\sum_{l=1}^n p(r = r_l) = 1 \quad (10)$$

Los objetivos del modelo planteado son: 1) maximizar el valor presente neto (VAN), 2) maximizar la fijación de dióxido de carbono producto del crecimiento de la masa forestal, 3) balancear la producción/cosecha, 4) minimizar la variación interanual de la distancia de transporte y 5) balancear el área de cosecha interanual en base a un patrimonio forestal dado. Para analizar los resultados se compara los resultados obtenidos mediante PPM determinística (PPMD) y PPM estocástica (PPME).

El modelo matemático está definido de la siguiente manera:

Sub-índices:

$i$ : contabiliza los  $i$ -ésimos rodales,  $i = 1, \dots, I$ .

$j$ : indica los  $j$ -ésimos destinos,  $j = 1, \dots, J$ .

$k$ : identifica los  $k$ -ésimos productos,  $k = 1, \dots, K$ .

$p$ : indica los  $p$ -ésimos períodos del horizonte de planificación,  $p = 1, \dots, P$ .

Variable principal:

$$x_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{si el rodal } i \text{ se cosecha en el período } p. \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Variables auxiliares:

$vt_{ip}$ : volumen del rodal  $i$  en el período  $p$ .

$pr_{ikp}$ : producción del producto  $k$  en el rodal  $i$  en el período  $p$ .

$vd_{ijkp}$ : volumen del producto  $k$  del rodal  $i$  destinado a la industria  $j$  en el período  $p$ .

$s_e$ : superficie de equilibrio [ha].

$n^m$ : variable de desviación negativa la cual es minimizada cuando el objetivo es “cuanto más mejor”,  $m = 1, \dots, M$ .

$p^m$ : variable de desviación positiva a ser minimizada cuando el objetivo es “cuando menos mejor”,  $m = 1, \dots, M$ .

Parámetros:

$vol_{ikp}$ : es el volumen [t/ha] dado por el simulador para el rodal  $i$ , en el período  $p$  obteniéndose  $k$  producto.

$\gamma$ : tasa de conversión [0,185 t de C/t de Madera a densidad básica]<sup>2</sup> de carbono a biomasa [38].

$\delta$ : densidad básica [0,369 t/m3]<sup>3</sup>.

$feb$ : factor de expansión de biomasa [1,3] para convertir el volumen comercializable en biomasa arbórea sobre el suelo, sin dimensiones [38].

$R$ : relación raíz - vástago = 0,23 [38].

$\eta_j$ : rendimiento de cada destino  $j$  (Celulosa, Aserrado, Laminado, etc).

$d_{ij}$ : distancia del rodal  $i$  al destino  $j$  para transportar el producto  $k$ .

$N_j$ : número de períodos del horizonte de planificación.

$s_i$ : superficie del rodal  $i$ .

$M_i$ : edad mínima de cosecha del rodal  $i$ .

$a_{ip}$ : edad del rodal  $i$  en el período  $p$ .

$r$ : tasa de descuento ajustada por riesgo.

$PV_{ikp}$ : precio de venta [\$/t] del producto  $k$  proveniente del rodal  $i$  en el período  $p$ .

$CCC_{ikp}$ : costo de elaboración y carga [\$/t] del rodal  $i$ , producto  $k$  en el período  $p$ .

$CC$ : capacidad de carga de un camión 4×2 y 6×4. Suponemos 30 t.

$CKT$ : costo de transporte promedio (camino terrado y asfaltado) [\$/km].

$\lambda$ : es el peso que se les da a los criterios.

$VAN$ : valor actual neto [\$/].

$BC$ : balance de carbono [t].

$VOL$ : control de volumen [t].

$DIS$ : equilibrio de distancia de transporte interanual [km].

$s_e$ : equilibrio de superficie de cosecha interanual [ha].

<sup>2</sup> Promedio conversión de 3 a 25 años.

<sup>3</sup> Promedio densidad básica de 3 a 25 años.

Las variables de la primera etapa o de diseño son las  $x_{ip}$ . Éstas se corresponden a la programación de la cosecha en el horizonte de planificación establecido. Todas las variables derivadas de estas corresponden también a la misma etapa. Las variables de la segunda etapa son la variable aleatoria  $r$  y todas las variables que se derivan de ella:  $n^{VAN}$ ,  $p^{VAN}$ ,  $D$ . Estas variables permiten compensar los efectos adversos del escenario que se realiza. Dado que el valor de la función objetivo no se puede maximizar el GAMS/EMP maximiza implícitamente el valor esperado de la misma [36]. La función objetivo queda definida en la expresión 11. Aquí cada par de variables de desvío queda dividido por los valores ideales y anti-ideales<sup>4</sup> de manera de normalizar e independizar los objetivos de las unidades en que se los mide. Queda a cargo del centro decisor el definir los pesos de cada meta.

$$Min (1-\lambda)D + \lambda \left[ \begin{aligned} & \left[ W_1 \left( \frac{n^{VAN} + p^{VAN}}{|VAN^* - VAN_*|} \right) + \left[ W_2 \left( \frac{n^{CAR} + p^{CAR}}{|BC^* - BC_*|} \right) + \left[ W_3 \left( \sum_{p=1}^{p-1} \frac{n_p^{VOL} + p_p^{VOL}}{|VOL^* - VOL_*|} \right) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left[ W_4 \left( \sum_{p=1}^p \frac{n_p^{DIS} + p_p^{DIS}}{|DIS^* - DIS_*|} \right) + \left[ W_5 \left( \sum_{p=1}^p \frac{n_p^{EQ} + p_p^{EQ}}{|Se^* - Se_*|} \right) \right] \right] \right] \right] \end{aligned} \right] \quad (11)$$

Las metas VAN y balance de carbono son del tipo “Más Mejor”, mientras que el balance de volumen de cosecha y distancia de transporte son metas “Igual a Cero Mejor”. Finalmente, el balance de la superficie cosechada es una meta del tipo “Igual a Mejor”. La ecuación 12 busca maximizar el VAN tratando de alcanzar la meta del VAN\* haciendo la variable de desviación  $n^{VAN}$  lo más pequeña posible pero no negativa.

$$\left\{ \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left[ \frac{pr_{ikp} \times PV_{ikp} - pr_{ikp} \times CCC_{ikp} - CTK \sum_{j=1}^J \frac{vd_{ijkp} \times d_{ij}}{CC}}{(1+r)^p} \right] \right\} + n^{VAN} - p^{VAN} = VAN^* \quad (12)$$

Donde  $p(r = -0,69\%) = 0,180$ ;  $p(r = 6,74\%) = 0,220$ ;  $p(r = 14,16\%) = 0,160$ ;  $p(r = 21,59\%) = 0,220$ ;  $p(r = 29,02\%) = 0,080$ ;  $p(r = 36,44\%) = 0,100$ ;  $p(r = 43,87\%) = 0,040$  para el modelo estocástico y  $r = 10\%$  para la resolución determinística que se utilizará en la comparación.

La ecuación de balance de carbono 13 busca minimizar  $n^{CAR}$ . Mediante la ecuación 14 se busca que el volumen a cosechar de cada período  $p$  sea mayor o igual al volumen del período  $p - 1$ . En este caso se busca minimizar  $n_p^{VOL}$  y  $p_p^{VOL}$  ya que ambas son desviaciones no deseadas. La expresión 15 busca minimizar la variación interanual de la distancia de transporte. Al igual que en el caso anterior, las variables a minimizar son  $n_p^{DIS}$  y  $p_p^{DIS}$ . Finalmente, la función de logro 16 busca que se coseche año a año la misma superficie forestal. Para ello se deben minimizar  $n_p^{SUP}$  y  $p_p^{SUP}$  de manera que el resultado se aproxime a la superficie de equilibrio  $S_e$ .

<sup>4</sup> (\*) el superíndice refiere al valor ideal y el subíndice al anti-ideal.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{p=2}^P \left\{ \begin{array}{l} \gamma \delta \text{ feb}(1+R) \times \left[ \sum_{k=1}^K (s_i \times \text{vol}_{ikp} - s_i \times \text{vol}_{ik(p-1)}) \right] - \\ \gamma \delta \text{ feb}(1+R) \times \sum_{k=1}^K pr_{ikp} - \gamma \delta \left[ \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K vd_{ijkp} (1-\eta_j) \right] \end{array} \right\} + n^{CAR} - p^{CAR} = BC^* \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K pr_{ikp} - \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K pr_{ik(p+1)} + n_p^{VOL} - p_p^{VOL} = 0 \quad p = 1, \dots, P-1 \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K d_{ij} \times \frac{vd_{ijkp}}{CC} - \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P d_{ij} \times \frac{vd_{ijkp}}{CC}}{N_j} + n_p^{DIS} - p_p^{DIS} = 0 \quad \forall p > 0 \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^I s_i x_{ip} + n_p^{SUP} - p_p^{SUP} = s_e \quad \forall p > 0 \quad (16)$$

Las ecuaciones 17 a 21 buscan minimizar la máxima desviación entre todas las desviaciones de acuerdo con el enfoque de Chebyshev.

$$W_1 \left( \frac{n^{VAN} + p^{VAN}}{VAN^* - VAN^*} \right) \leq D \quad (17)$$

$$W_2 \left( \frac{n^{CAR} + p^{CAR}}{BC^* - BC^*} \right) \leq D \quad (18)$$

$$W_3 \left( \frac{\sum_{p=0}^{p-1} n_p^{VOL} + p_p^{VOL}}{VOL^* - VOL^*} \right) \leq D \quad (19)$$

$$W_4 \left( \frac{\sum_{p=1}^p n_p^{DIS} + p_p^{DIS}}{DIS^* - DIS^*} \right) \leq D \quad (20)$$

$$W_5 \left( \frac{\sum_{p=1}^p n_p^{EQ} + p_p^{EQ}}{Se^* - Se^*} \right) \leq D \quad (21)$$

La ecuación 22 nos indica el período  $p$  de cosecha de cada rodal  $i$ . Esto activa el volumen de los sub-productos  $k$  del rodal  $i$  en el período  $p$ . La restricción 23 asegura el envío de los subproductos a un destino. Esta se complementa con las ecuaciones 24 a 27, las cuales restringen el envío de un determinado producto a una determinada industria.

$$pr_{ikp} = s_i \times \text{vol}_{ikp} \times x_{ip} \quad \forall i, \forall k, \forall p > 0 \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^J vd_{ijkp} = pr_{ikp} \quad \forall k, \forall i, \forall p > 0 \quad (23)$$

$$vd_{ijkp} = 0 \quad \forall i, \forall p > 0, k = 1, \forall j = 3, 4 \quad (24)$$

$$vd_{ijkp} = 0 \quad \forall i, \forall p > 0, k = 2, \forall j = 1, 2, 4 \quad (25)$$

$$vd_{ijkp} = 0 \quad \forall i, \forall p > 0, k = 3, \forall j = 1, 2, 4 \quad (26)$$

$$vd_{ijkp} = 0 \quad \forall i, \forall p > 0, k = 4, \forall j = 1, 2, 3 \quad (27)$$

La ecuación 28 restringe la cosecha de rodales a una única vez en el horizonte de planificación. La expresión 29 asegura que no se cosechen rodales adyacentes en el mismo  $p$ .

$$\sum_{p=1}^P x_{ip} = 1 \quad \forall i \quad (28)$$

$$x_{ip} + x_{yp} \leq 1 \quad \forall p > 0; y \in \Omega_i \quad (29)$$

En este caso se plantea que si se cosecha  $x_{ip}$  no se puede cosechar  $x_{yp}$  debido a que  $y \in \Omega_i$ , donde  $\Omega_i$  es el conjunto de rodales adyacentes a  $i$ .

La restricción 30 establece una edad mínima de cosecha en base a algún tipo de criterio propuesto por el centro decisor, que puede ser tecnológico o económico. La ecuación 31 permite obtener el volumen total del rodal al momento de la cosecha. Las ecuaciones 32 y 33 establecen los límites de abastecimiento. La primera asegura que se cumpla un nivel mínimo de manera que la industria tenga materia prima, mientras que la segunda especifica un nivel máximo en función a la capacidad de stock de la playa y posibles pérdidas por patógenos. Finalmente tenemos las restricciones de integralidad de las variables.

$$M_i x_{ip} \leq a_{ip} \quad \forall i; \forall p > 0 \quad (30)$$

$$\sum_{k=1}^K pr_{ikp} = vt_{ip} \quad \forall i, \forall p > 0 \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K vd_{ijkp} \geq D_{jp}^{\min} \quad \forall p > 0, \forall j \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K vd_{ijkp} \leq D_{jp}^{\max} \quad \forall p > 0, \forall j \quad (33)$$

$$\begin{aligned} x_{ip} &\in \{0, 1\} \\ pr_{ikp} &\in \mathbb{R} \\ vd_{ijkp} &\in \mathbb{R} \\ vt_{ip} &\in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (34)$$

Para la resolución del modelo planteado se utilizó GAMS 24.1.3. Para la resolución del modelo determinístico (tasa de descuento constante) se utilizó CPLEX 12.5.1, mientras que el modelo estocástico fue resuelto con Lindo 8.0.1. La ejecución se realizó en un computador con procesador Intel Core i3-2310M, CPU@ 2,10 GHz, 4 GB de memoria RAM (option threads = 3) y sistema operativo de 64 bits. En todos los casos los modelos fueron resueltos hasta el valor por defecto de CPLEX y Lindo de 10% de relajación entera.

### 3 Resultados

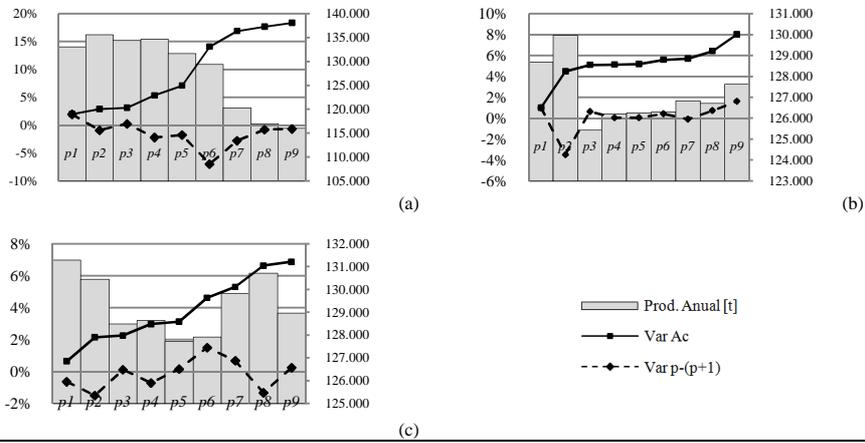
En la Tabla 1 se pueden apreciar los resultados de la matriz de pagos, indicándose los valores ideales y anti-ideales para cada objetivo. Para obtener los ideales se optimizan los objetivos en forma individual y de a pares para obtener los anti-ideales. Los pesos  $w_i^p$  son determinados mediante la aplicación de AHP [39]. Esta técnica permite priorizar objetivos en base a comparaciones de a pares de los mismos.

**Tabla 1.** Matriz de pago o “Trade-off Matrix”. En gris claro los ideales y gris oscuro los anti-ideales.

	VAN	Balance CO <sub>2</sub>	Balance Producción	Balance Transporte	Balance Superficie
$W_1$ - VAN	146.695.200	50.311	62.491	296.971	506
$W_2$ - Balance CO <sub>2</sub>	21.938.900	81.054	58.895	283.097	588
$W_3$ - Control Volumen	19.687.910	38.932	0	88.725	310
$W_4$ - Eq. Dis. Trans.	20.711.820	44.839	29.618	0	410
$W_5$ - Eq. Sup.	19.449.470	36.788	25.502	298.193	139

Los pesos determinados mediante AHP son  $W_1 = 0,1841$ ,  $W_2 = 0,1761$ ,  $W_3 = 0,4609$ ,  $W_4 = 0,1223$ ,  $W_5 = 0,0566$ .

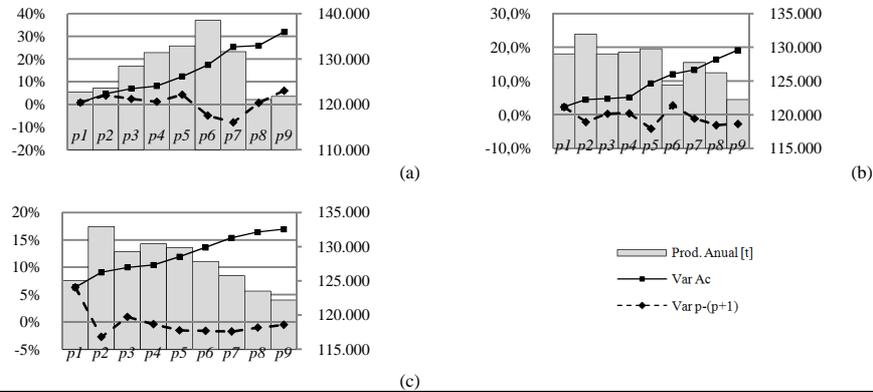
En la Figura 2 se muestran las cantidades a enviar a cada industria de acuerdo a PPM determinística (PPMD) para  $\lambda$  igual a 0, 0,5 y 1. Los tiempos de cómputo fueron de 49,3, 108,2 y 184,4 segundos respectivamente.



**Fig. 1.** Variación en la producción maderable con modelo PPMD con  $\lambda = 0$  (a);  $\lambda = 0,5$  (b) y  $\lambda = 1$  (c). El eje izquierdo representa los porcentajes de variación y el derecho los niveles de producción en toneladas.

La producción para  $\lambda = 0$  es de 1.267.269tn, presentando una variación acumulada de casi un 20%. En cambio para  $\lambda = 0,5$  la producción fue de 1.273.688tn con 8% y para  $\lambda = 1$  la producción fue de 1.293.273tn con una variación acumulada menor al 7%. Es evidente que en volumen y variación de producción, el modelo ponderado arroja mejores resultados que el mixto, el que a su vez da mejores resultados que el modelo MINIMAX, Esto se debe en gran parte a que en el modelo ponderado el objetivo de control de volumen tiene asignado el mayor peso, lo que a su vez refleja el hecho de que constituye uno de los objetivos mas deseados en la ordenación forestal.

En la figura 3 se aprecian las cantidades a enviar a cada industria resolviendo mediante PPMS para  $\lambda$  igual a 0, 0,5 y 1. Los tiempos de resolución fueron de 84,8, 629,3 y 647,8 segundos respectivamente.



**Fig. 2.** Variación en la producción maderable con modelo PPME con  $\lambda = 0$  (a);  $\lambda = 0,5$  (b) y  $\lambda = 1$  (c). El eje izquierdo representa los porcentajes de variación y el derecho los niveles de producción en toneladas.

La producción para  $\lambda = 0$  es de 1.280.975tn con una variación acumulada de más de 30%. Para  $\lambda = 0,5$  la producción fue de 1.268.657tn y casi 20% de variación acumulada. Para  $\lambda = 1$  la producción fue de 1.268.409tn con una variación acumulada de casi 17%. Por lo tanto el modelo Minimax puro genera una mayor producción pero con un peor balance. En cambio los planteos mixto y ponderado puro generan mejores balance con una caída de la producción menor a 1%. Al igual que en el modelo determinista, este efecto se debe al mayor peso otorgado al objetivo control de volumen.

Las diferencias obtenidas entre los modelos determinista y estocástico se pueden entender a la luz de cómo se incrementan las dimensiones en función al número de escenarios. Para  $\lambda = 0$  la solución del modelo estocástico arroja un nivel de producción de 1,1% por encima del determinista. Sin embargo, para  $\lambda = 0,5$  y  $\lambda = 1$ , el modelo determinista genera una producción mayor en el orden de 0,4 y 1,9%. En los tres casos el modelo determinista logra mejor balance de producción inter-anual.

## 4 CONCLUSIONES

Aunque el modelo desarrollado se aplicó en un escenario simulado, puede inferirse su buen desempeño para casos reales de programación de cosecha forestal, ya que a diferencia de los trabajos usuales en este campo [13, 14, 15], se incluyeron los subproductos del bosque, lo que permite balancear la producción y el transporte multi-producto y multi-planta.

El uso de PPMD y PPME muestra dos paradigmas para plantear un plan de manejo forestal. El primero supone una tasa constante en toda la vida del proyecto, lo que fue criticado en [17] y [18]. La alternativa incorpora aleatoriedad en la tasa de descuento

en función a un parámetro macroeconómico (el IPC) sujeto a una distribución de probabilidades. Aunque generalmente los logros en OD son mayores a OE, los resultados de este último enfoque son más robustos.

Las soluciones PPMD y PPME presentan mejor performance con  $\lambda$  igual a 0,5 y 1 ya que se balancea mejor la producción. Este objetivo es el más buscado ya que permite una producción sustentable a perpetuidad.

Los resultados fueron adecuados y proponen un interesante enfoque para la resolución de problemas de gestión de bosques cultivados. La aplicación a un caso real es el próximo paso para esta investigación.

## 5 Agradecimiento

Al CONICET por el apoyo económico brindado.

## 6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Buongiorno, J., Gilles, J.: Decision Methods for Forest Resource Management. Academia Press, California (2003)
2. Bettinger, P., Boston, K., Siry, J., Grebner, D.: Forest Management and Planning. Academic Press. California (2009)
3. Schneider, P.: Mnanejo Florestal: Planejamento da Produção Florestal. Universidade Federal de Santa Maria. Santa María (2008)
4. Rehman, T., Romero, C.: Goal Programming with Penalty Functions and Livestock Ration Formulation. Agricultural Systems. 23, 117-132 (1987)
5. Diaz-Balteiro, L., Romero, C.: Multiple Criteria Decision-Making in Forest Planning: Recent Results and Current Challenges. In Weintraub, A., Romero, C., Bjørndal, T., Epstein, R., Miranda, J. Handbook Of Operations Research In Natural Resources. pp 473-488. Springer, New York (2007)
6. Diaz-Balteiro, L., Gonzalez-Pachón, J., Romero, C.: Goal Programming in Forest Management: Customising Models for the Decision-maker's Preferences. Scandinavian Journal of Forest Research. 28, 166-173 (2013)
7. Simon, H.: A Behavioral Model of Rational Choice. The Quarterly Journal of Economics. 69, 99-118 (1955)
8. Charnes, A., Cooper, W.: Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. John Wiley and Sons,. New York (1961)
9. Cohon, J.: Multiobjective Programming and Planning. Academic Press. New York (1978)
10. Field, D. B.: Goal Programming for Forest Management. Forest Science. 19, 125-135. (1973)
11. Romero, C., Rehman, T.: Goal Programming and Multiple Criteria Decision Making in Farm Planning: An Expository Analysis. Journal of Agricultural Economics. 35, 177-190 (1984)
12. Romero, C.: Handbook of Critical Issues in Goal Programming. Pergamon Press. Oxford (1991)

13. Diaz-Balteiro, L., Rodriguez, L.: Optimal Rotations on Eucalyptus Plantations Including Carbon Sequestration - A Comparison of Results in Brazil and Spain. *Forest Ecology and Management*. 229, 247-258 (2006)
14. Diaz-Balteiro, L., Bertomeu, M., Bertomeu, M.: Optimal Harvest Scheduling in Eucalyptus Plantations: A Case Study in Galicia (Spain). *Forest Policy and Economics*. 11, 548-554 (2009)
15. Giménez, J., Bertomeu, M., Diaz-Balteiro, L., Romero, C.: Optimal Harvest Scheduling in Eucalyptus Plantations Under a Sustainability Perspective. *Forest Ecology and Management*. 291, 367-376 (2013)
16. Sant'Anna, A. Nogueira, J.: Valoração Econômica Dos Serviços Ambientais de Florestas Nacionais. *Revista de Administração e Negócios da Amazônia* 2, 82-108 (2010)
17. Milanesi, G., Broz, D., Woitschach, G.: Opciones Reales para Determinar el Turno Óptimo en Sistemas Silvopastoriles: Análisis de Inversion. *Madera y Bosques* 19, 81-98 (2013)
18. Broz, D., Woitschach, G., Milanesi, G.: Opções Reais na Determinação da Idade Ótima de Colheita para Dois Manejos Florestais. *Revista Cerne* 20, 781-788 (2014)
19. Dantzig, G.: Linear Programming Under Uncertainty. *Management Science* 1, 197-206 (1955)
20. Beale, E.: On Minimizing a Convex Function Subject to Linear Qualities. *Journal of the Royal Statistical Society*. 17, 173-184 (1955)
21. Markowitz, H.: Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. John Wiley & Sons, New York (1959)
22. Benders, J.: Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems. *Numerische Mathematik*. 4, 238-252 (1962)
23. Dantzig, G.: Linear Programming and Extensions. Princeton University Press, Princeton, (1963)
24. Limaei, S.: Risk Management in Forestry; Economics Perspectives. In: 3rd International Conference on Advanced Management Science, pp. 160-164. IACSIT Press, Singapore (2011)
25. Oliveira, E. B.: Softwares para Manejo e Análise Econômica de Plantações Florestais. Embrapa Florestas. Colombo, (2011)
26. Martos, M.: Programación Estocástica. Universidad Complutense de Madrid (1998)
27. Jacobo, J.: Un Enfoque Robusto a un Problema de Diseño de Red Multiproducto con Incertidumbre en los Parámetros de Entrada. Universidad Autónoma de Nueva León. Nuevo León (2005)
28. Bereanu, B.: Some Numerical Methods in Stochastic Linear Programming Under Risk and Uncertainty. In Dempster, M. (eds.) *Stochastic programming*. pp. 69-205. Academic Press, Londres (1980)
29. Stancu-Minasian, I., Tigan, S.: The Vectorial Minimum Risk Problem. In: *Proceedings of the Colloquium on Approximation and Optimization*. pp. 321-328. Cluj-Napoca (1984)
30. Kall, P.: Stochastic Programming. *European Journal of Operational Research*, 10, 125-130 (1982)
31. Infanger, G.: Stochastic Programming. International Series in Operations Research & Management Science. Springer, Stanford (2011)
32. Ramos, A., Cerisola, S.: Optimización Estocástica. Universidad Pontificia Comillas, Madrid (2014)
33. Lindo System Inc: Lindo Api Users Manual, (2013)  
<http://web.ist.utl.pt/ist11038/util/LindoAPI.pdf>

34. Ferris, M., Dirkse, S., Jagla, J., Meeraus, A.: An Extended Mathematical Programming Framework. *Computers & Chemical Engineering*. 33, 1973–1982 (2009)
35. McCarl, B. A., Meeraus, A., Van Der Eijk, P., Bussieck, M., Dirkse, M., Steacy, P.: *McCarl GAMS User Guide*, (2013)  
[http://www.gams.com/dd/docs/bigdocs/gams2002/mccarlgamsuserguide\\_web.pdf](http://www.gams.com/dd/docs/bigdocs/gams2002/mccarlgamsuserguide_web.pdf)
36. GAMS Development Corporation: *The solvers manuals*, (2014)  
<http://www.gams.com/dd/docs/solvers/allsolvers.pdf>
37. Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC). *Serie histórica del Índice de Precios al Consumidor (IPC) en el Gran Buenos Aires*  
[http://www.indec.gov.ar/principal.asp?id\\_tema=729](http://www.indec.gov.ar/principal.asp?id_tema=729)
38. Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC): *Orientación sobre las buenas prácticas para uso de la tierra, cambio de uso de la tierra y silvicultura*, (2003)  
[http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/gpplulucf/gpplulucf\\_languages.html](http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/gpplulucf/gpplulucf_languages.html)
39. Diaz-Balteiro, L., Romero, C.: *Modeling Timber Harvest Scheduling Problems with Multiple Criteria: An Applications in Spain*. *Forest Science*. 44, 47-57 (1998)